



Mathematik

Serie: E2

basierend auf dem „alten“ Lehrmittel

Lösungen

«Mathematik Hohl»

Allgemeine Richtlinien für die Korrektur

- Grundhaltung: Selbstverständlich wohlwollend, aber dennoch nur Punkte für Substantielles verteilen.
- Bei grundlegend falschem Vorgehen zurückhaltend sein beim Erteilen von Teilpunkten (meist 0 oder maximal 0.5 Punkte pro Aufgabe).
- Bei richtigem Lösungsweg sind pro eindeutigem Flüchtigkeitsfehler 0.5 Punkte Abzug vorzunehmen.
- Bei falsch gerundeten Resultaten oder wenn verlangte Genauigkeiten nicht eingehalten wurden, ist **kein** Abzug vorzunehmen.
- Bei fehlender oder falscher Einheit im Resultat sind 0.5 Punkte pro Resultat abzuziehen. Falls bei Zwischenschritten die Einheiten fehlen, ist kein Abzug vorzunehmen.

Prüfungsauswertung und Notenschlüssel

Für die Auswertung der Prüfung wird ein Excel-Dokument zur Verfügung gestellt, mit welchem die Gesamtpunktzahl ermittelt und die Note gemäss dem abgebildeten Notenschlüssel berechnet wird.

Der Notenschlüssel gilt für alle Ausrichtungen.

Analyse der Prüfungsergebnisse

Das Autorenteam möchte auch dieses Jahr eine Analyse der Ergebnisse vornehmen. Wir bitten Sie, nach der Korrektur das ausgefüllte Excel-Dokument an folgende Adresse zu senden:

benjamin.haeni@bms-zuerich.ch

Besten Dank für Ihre Mitarbeit.

Punkte	Note
40 32.5	6
32 29	5.5
28.5 25.5	5
25 22.5	4.5
22 19	4
18.5 15.5	3.5
15 12	3
11.5 8.5	2.5
8 5.5	2
5 2	1.5
1.5 0	1

Lösung der Aufgabe 1

3 P.

Vereinfachen Sie den Term soweit wie möglich und geben Sie das Resultat als gekürzten Bruch an:

$$\frac{5xy}{8} \cdot \left(\frac{10}{3x} - \frac{3}{5x} \right) = \frac{50xy}{24x} - \frac{15xy}{40x} = \frac{25y}{12} - \frac{3y}{8} = \frac{50y - 9y}{24} = \frac{41y}{24}$$

oder

$$\frac{5xy}{8} \cdot \left(\frac{10}{3x} - \frac{3}{5x} \right) = \frac{5xy}{8} \cdot \left(\frac{50}{15x} - \frac{9}{15x} \right) = \frac{5xy}{8} \cdot \frac{41}{15x} = \frac{41y}{24}$$

Lösung der Aufgabe 2

2 P.

Vereinfachen Sie den Term soweit wie möglich:

$$\frac{b^2 + 5b}{b^2 + 8b + 15} = \frac{b(b+5)}{(b+3)(b+5)} = \frac{b}{b+3}$$

Lösung der Aufgabe 3

3 P.

Vereinfachen Sie den Term soweit wie möglich:

$$\frac{3a - 3b}{c} \cdot \frac{a^2 - b^2}{c^2} = \frac{3(a-b)}{c} \cdot \frac{c^2}{(a+b)(a-b)} = \frac{3c}{a+b}$$

Lösung der Aufgabe 4

3 P.

Lösen Sie die Gleichung nach x auf. Notieren Sie das Resultat als gekürzten Bruch.

$$\frac{3x+1}{5} - \frac{6x+11}{10} = \frac{4x-5}{20} + 1 \quad | \text{HN: } 20$$

$$\frac{12x+4}{20} - \frac{12x+22}{20} = \frac{4x-5}{20} + \frac{20}{20} \quad | \cdot 20$$

$$12x+4 - 12x - 22 = 4x-5 + 20 \quad \boxed{1 \text{ P.}}$$

$$-18 = 4x + 15 \quad | -15 \quad \boxed{1 \text{ P.}}$$

$$-33 = 4x \quad | : 4$$

$$\underline{\underline{x = -\frac{33}{4}}} \quad \boxed{1 \text{ P.}}$$

Lösung der Aufgabe 5

2 P.

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$3a - 9 + 3x = ax \quad | -3x$$

$$3a - 9 = ax - 3x \quad \boxed{1 \text{ P.}}$$

$$3(a - 3) = x(a - 3) \quad | : (a - 3)$$

$$\underline{\underline{x = 3}} \quad \boxed{1 \text{ P.}}$$

Lösung der Aufgabe 6

2 P.

ABCD ist ein Quadrat mit Mittelpunkt M. Das Quadrat hat einen Flächeninhalt von 23 cm^2 . Berechnen Sie den Flächeninhalt des Umkreises k. Geben Sie das Resultat in cm^2 an und runden Sie auf 1 Dezimale.

$$s = \sqrt{23} \text{ cm} = 4.8 \text{ cm}$$

$$d = 2r = s\sqrt{2} \text{ cm} = 6.78 \text{ cm}$$

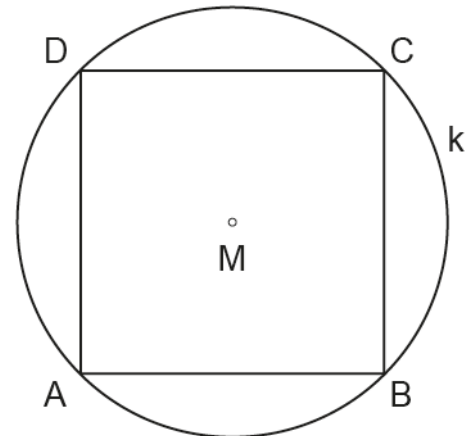
$$r = 3.39 \text{ cm}$$

1 P.

$$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2 = \underline{\underline{36.1 \text{ cm}^2}}$$

1 P.

Kein Abzug bei Rundungsungenauigkeiten.



Lösung der Aufgabe 7

2 P.

Im Jahr 2016 betrug der Umsatz eines Kleinunternehmens CHF 564'440.
Das war 3% mehr Umsatz als im Jahr 2015.
Im Jahr 2017 betrug der Umsatz CHF 526'080.
Um wieviel Prozent sank der Umsatz von 2015 bis 2017?

Umsatz 2016: $x = 103\%$ vom Umsatz 2015

$$x = \frac{\text{CHF } 564'440 \cdot 100\%}{103\%} = \text{CHF } 548'000$$

1 P.

Umsatzdifferenz von 2015 bis 2017: $\text{CHF } 526'080 - \text{CHF } 548'000 = \text{CHF } -21'920$

$$\text{Umsatzrückgang in \%: } \frac{\text{CHF } 21'920 \cdot 100\%}{\text{CHF } 548'000} = \underline{\underline{4\%}}$$

1 P.

Alternativ: Lösung mit Dreisätzen.

Lösung der Aufgabe 8

3 P.

Eine Fahrrad-Ausleihstation hat folgende Ausleihtarife:

Normales City-Bike: CHF 55 pro Tag. E-Bike: CHF 75 pro Tag.

An einem Sonntag wurden von den E-Bikes doppelt so viele vermietet wie von den City-Bikes. Die Gesamteinnahmen betrugen CHF 8610.

Berechnen Sie mit Hilfe einer Gleichung oder eines Gleichungssystems die Anzahl vermieteter City- und E-Bikes.

Lösung: Es wurden 42 City-Bikes und 84 E-Bikes vermietet.

1 P.

1) Variante mit einer Gleichung:

Anzahl City-Bikes: x ; Anzahl E-Bikes: $2x$

$$2x \cdot 75 + x \cdot 55 = 8610$$

1 P.

$$150x + 55x = 8610$$

$$205x = 8610$$

1 P.

$$x = 42 ; 2x = 84$$

2) Variante mit einem Gleichungssystem:

Anzahl City-Bikes: x ; Anzahl E-Bikes: y

$$\left. \begin{array}{l} 2x = y \\ 55x + 75y = 8610 \end{array} \right| \text{ obere Gleichung mit 75 multiplizieren}$$

pro richtige
Gleichung: je 1 P.

$$\left. \begin{array}{l} 150x - 75y = 0 \\ 55x + 75y = 8610 \end{array} \right| \text{ Additionsverfahren}$$

$$205x = 8610 \rightarrow x = 42 ; y = 84$$

Lösung der Aufgabe 9

3 P.

Pascal hat seine Ersparnisse von CHF 12'000.- auf zwei Sparkonten, A und B, verteilt.

Der Teil auf Konto A wird zu einem Jahreszins von 1.2% verzinst, der Teil auf Konto B wird zu einem Jahreszins von 1% verzinst.

Die Summe beider Jahreszinsen beträgt am Ende des Jahres CHF 134.40.

Berechnen Sie mit Hilfe einer Gleichung oder eines Gleichungssystems Pascals ursprüngliche Ersparnisse auf Konto A.

Lösung: Ursprüngliche Ersparnisse: CHF 7200.

1 P.

1) Variante mit einer Gleichung:

Konto A: x CHF à 1.2% → 0.012x CHF Zins
 Konto B: (5000 – x) CHF à 1% → 0.01(12'000 – x) CHF Zins

$$\frac{x \cdot 1.2}{100} + \frac{(12'000 - x) \cdot 1}{100} = 134.40$$

richtige Gleichung: 1 P.

$$1.2x + 12'000 - x = 13'440$$

richtige Umformung: 1 P.

$$0.2x + 12'000 = 13'440$$

$$0.2x = 1440$$

$$x = 7200$$

2) Variante mit einem Gleichungssystem:

Konto A: x CHF à 1.2% → 0.012x CHF Zins
 Konto B: y CHF à 1% → 0.01y CHF Zins

$$\left| \begin{array}{l} x + y = 12'000 \\ \frac{x \cdot 1.2}{100} + \frac{y \cdot 1}{100} = 134.40 \end{array} \right| \rightarrow \left| \begin{array}{l} x + y = 12'000 \\ 0.012x + 0.01y = 134.40 \end{array} \right| \rightarrow \text{pro richtige Gleichung: je 1 P.}$$

$$\left| \begin{array}{l} x + y = 12'000 \\ 12x + 10y = 134'400 \end{array} \right| \rightarrow \left| \begin{array}{l} 10x + 10y = 120'000 \\ 12x + 10y = 134'400 \end{array} \right| \text{Subtraktionsverfahren}$$

$$2x = 14'400 \rightarrow x = 7200$$

Lösung der Aufgabe 10

4 P.

Zwei Zuleitungen füllen ein anfänglich leeres Becken mit Wasser. Zuleitung A liefert 45 Liter pro Sekunde und würde das Becken allein in 40 Minuten füllen. Zuleitung B liefert 35 Liter pro Sekunde.

- a) Wie lange dauert die Füllung des anfänglich leeren Beckens, wenn von Anfang an beide Zuleitungen Wasser liefern? Geben Sie das Ergebnis in Minuten und Sekunden an. (2 P.)
- b) Wie lange dauert die Füllung des anfänglich leeren Beckens, wenn zuerst während 24 Minuten nur Röhre A läuft und erst dann Röhre B zugeschaltet wird? (2 P.)

a) Beckeninhalt: $45 \frac{\text{Liter}}{\text{s}} \cdot (60 \cdot 40) \text{ s} = 108'000 \text{ Liter}$ 1 P.

Zuleitungen A + B liefern zusammen pro Sekunde 80 Liter

Zeit für die Füllung: $108'000 \text{ Liter} : 80 \frac{\text{Liter}}{\text{s}} = 1350 \text{ s} = \underline{\underline{22 \text{ min } 30 \text{ s}}}$ 1 P.

b) Wassermenge der Röhre A in 9 min: $45 \frac{\text{Liter}}{\text{s}} \cdot (60 \cdot 24) \text{ s} = 64'800 \text{ Liter}$ 0.5 P.

Restliche Menge bis zum vollen Becken:
(108'000 – 64'800) Liter = 43'200 Liter

0.5 P.

Zeit für die Füllung: $43'200 \text{ Liter} : 80 \frac{\text{Liter}}{\text{s}} = 540 \text{ s} = 9 \text{ min}$

0.5 P.

Total: 24 min + 9 min = 33 min

0.5 P.

Lösung der Aufgabe 11

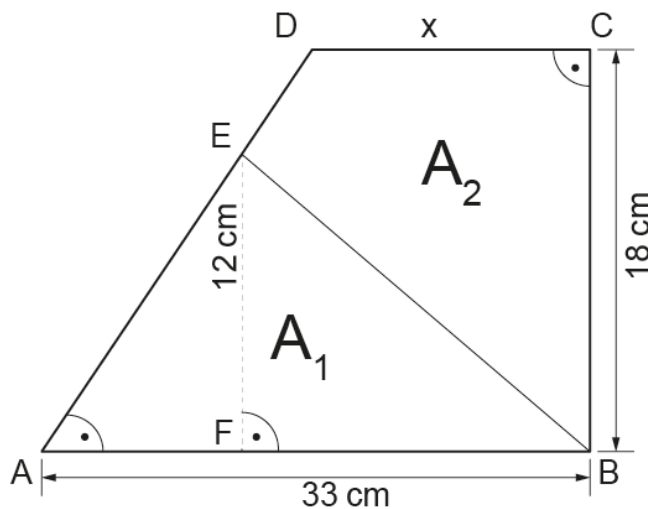
3 P.

ABCD ist ein rechtwinkliges Trapez. Der Flächeninhalt A_1 des Dreiecks ABE ist gleich gross wie der Flächeninhalt A_2 des Vierecks BCDE.

Gegeben sind zudem $\overline{AB} = 33 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 18 \text{ cm}$ und $\overline{EF} = 12 \text{ cm}$.

Die Skizze ist nicht massstäblich gezeichnet!

- a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes ABCD. (1 P.)
 b) Berechnen Sie die Länge der Seite $x = \overline{CD}$. (2 P.)



a)

$$A_1 = \frac{33 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}}{2} = 198 \text{ cm}^2$$

$$A_1 + A_2 = 2 \cdot 198 \text{ cm}^2 = \underline{\underline{396 \text{ cm}^2}}$$

1 P.

b)

$$\text{Mittellinie } m \text{ des Trapezes ABCD: } \frac{396 \text{ cm}^2}{18 \text{ cm}} = 22 \text{ cm}$$

1 P.

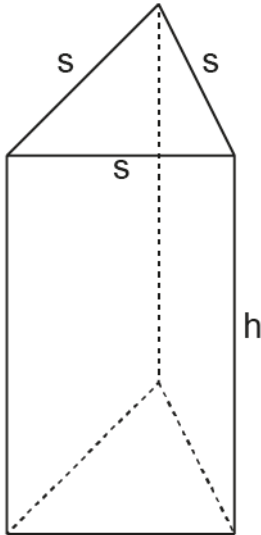
$$x = 2 \cdot m - 33 \text{ cm} = 44 \text{ cm} - 33 \text{ cm} = \underline{\underline{11 \text{ cm}}}$$

1 P.

Lösung der Aufgabe 12

3 P.

Gegeben ist ein gerades Prisma, dessen Grund- und Deckfläche ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge $s = 7 \text{ cm}$ ist. Das Volumen des Prismas beträgt 800 cm^3 . Berechnen Sie die Höhe h dieses Prismas in cm, gerundet auf 1 Dezimale.



Höhe der Grundfläche: $\frac{s \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{7 \text{ cm} \cdot \sqrt{3}}{2} = 6.062 \text{ cm}$

1 P.

Grundflächeninhalt: $A = \frac{s \cdot h_G}{2} = \frac{7 \text{ cm} \cdot 6.062 \text{ cm}}{2} = 21.22 \text{ cm}^2$

1 P.

Gesuchte Höhe h : $h = V : A = 800 \text{ cm}^3 : 21.22 \text{ cm}^2 = \underline{\underline{37.7 \text{ cm}}}$

1 P.

Lösung der Aufgabe 13

2 P.

Ein 3120 m langer Tunnel wird von einer Lokomotive in 150 Sekunden durchfahren. Nach einer Tunnel-Sanierung soll der Tunnel durch dieselbe Lokomotive in 125 Sekunden durchfahren werden. Um wie viele Prozent wird die Geschwindigkeit der Lokomotive dadurch erhöht werden?

$$\text{Ursprüngliche Geschwindigkeit: } v_1 = s : t = 3120 \text{ m} : 150 \text{ s} = 20.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \boxed{0.5 \text{ P.}}$$

$$\text{Neue geforderte Geschwindigkeit: } v_2 = s : t = 3120 \text{ m} : 125 \text{ s} = 24.96 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \boxed{0.5 \text{ P.}}$$

$$\text{Geschwindigkeitszunahme: } (24.96 - 20.8) \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4.16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Erhöhung in Prozent: } \frac{4.16 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 100\%}{20.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \underline{\underline{20\%}} \quad \boxed{1 \text{ P.}}$$

Lösung der Aufgabe 14

2 P.

Bestimmen Sie rechnerisch die Lösung (x / y) des Gleichungssystems:

$$\left| \begin{array}{l} \frac{4x-2}{3} + 7y = 2 \\ 80x - 42y = 6 \end{array} \right| \rightarrow \left| \begin{array}{l} 4x - 2 + 21y = 6 \\ 40x - 21y = 3 \end{array} \right| \rightarrow \left| \begin{array}{l} 4x + 21y = 8 \\ 40x - 21y = 3 \end{array} \right|$$

→ Additionsverfahren

$$44x = 11 \rightarrow x = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}; y = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

1 P.

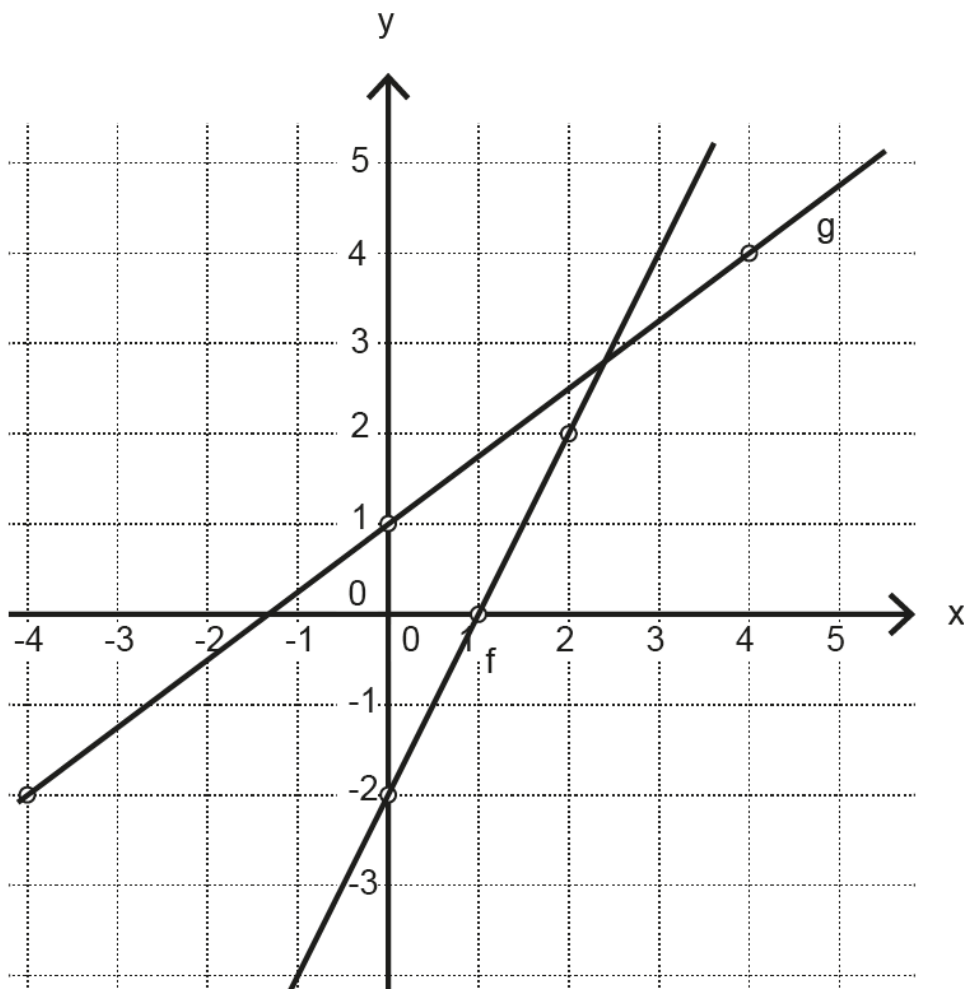
1 P.

Lösung der Aufgabe 15

3 P.

- a) Zeichnen Sie ins obige Koordinatensystem die Gerade f mit der Funktionsgleichung $y = 2x - 2$ ein.
- b) Notieren Sie die Funktionsgleichung der dargestellten Geraden g.
- c) Ein Punkt P, der auf der Geraden f : $y = 2x - 2$ liegt, hat die y-Koordinate 37. Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes P.

a)



1 P.

b) $y = \frac{3}{4}x + 1$

y-Achsenabschnitt: 0.5 P.

Steigung: 0.5 P.

c) $37 = 2x - 2 \rightarrow 39 = 2x \rightarrow \underline{\underline{x = 19.5}}$

1 P.